

Особенности обучения учащихся методам решения геометрических задач в контексте укрупнения дидактических единиц

И. В. Ульянова

(Мордовский государственный педагогический институт им. М. Е. Евсевьева)

Статья посвящена проблемам математической подготовки учащихся в контексте гуманизации образования. Автор раскрывает возможности деятельностной концепции укрупнения дидактических единиц в интеллектуальном развитии школьников на примере обучения их методам решения геометрических задач.

Ключевые слова: методика обучения математике, методы решения задач, укрупнение дидактических единиц, УДЕ, деятельностная концепция.

Президент России Д. А. Медведев в Послании Федеральному Собранию Российской Федерации в 2009 г. сказал: «Главная задача современной школы — это раскрытие способностей каждого ученика, воспитание личности, готовой к жизни в высокотехнологичном, конкурентном мире. <...> Школьное обучение должно способствовать личностному росту так, чтобы выпускники могли самостоятельно ставить и достигать серьезные цели, уметь реагировать на разные жизненные ситуации» (Послание..., 2009: Электр. ресурс). Надо искать средства, методы, приемы повышения уровня интеллектуального развития школьников, формирования у них навыков саморазвития и самопознания, способности творчески осваивать и преобразовывать действительность в процессе самореализации и т. д. В связи с этим сегодня все большее признание в педагогической науке получают создание альтернативных инновационных проектов, поиск и внедрение более эффективных форм, средств и методов активного обучения,

выявление и разработка новых образовательных идей, соответствующая трансформация выделяемых ранее педагогических направлений и технологий и др.

Обострившаяся в последние годы проблема нехватки учебного времени обуславливает актуальность разработанной в 1960-х годах технологии укрупнения дидактических единиц (УДЕ), так как использование в обучении ее различных приемов способствует повышению качества образования при меньшем потреблении временных ресурсов.

К настоящему времени технология УДЕ прошла сложный путь развития от зарождения первоначальных идей и совершенствования основных положений до возникновения ее новых направлений, новых форм и средств обучения в ее контексте и т. д. Так, сегодня в практике образования крупных блоков из родственных единиц учебного материала можно выделить два основных направления: укрупнение по «горизонтали» и укрупнение по «вертикали».

В первом случае укрупненная дидактическая единица образуется на основе «сквозного» элемента одного уровня. К таким элементам относятся математические законы, определения, действия (операции) и т. д., развивающиеся содержательно при систематическом освоении последующих тем или систематически используемые при изучении учебного материала, пронизывая все этапы и формы обучения. Их выделение и постоянное обращение к ним позволяют систематизировать знания учащихся, ибо на их основе все другие вопросы программы изучаются и запоминаются быстрее и основательнее.

Во втором случае укрупненную дидактическую единицу образуют элементы разных уровней: родовое и соответствующее видовое понятия, стереометрическое понятие и аналогичное ему планиметрическое понятие и т. д. К примеру, в обучении геометрии такое укрупнение происходит, когда стереометрические знания учащихся (образующие «верхний» уровень) формируются в результате наращивания аналогичных знаний по планиметрии (составляющих «нижний» уровень). В таком контексте изначально можно объединить в укрупненные блоки «родственные» геометрические темы, такие как «Треугольник и его свойства» и «Тетраэдр и его свойства», «Окружность, круг и их свойства» и «Сфера, шар и их свойства» и др.

Реализация указанных направлений легко прослеживается при обучении учащихся в контексте деятельностной концепции технологии УДЕ, когда процесс обучения предстает как отражение в сознании его субъектов реального, непрерывно развивающегося, динамического предметного содержания на основе детерминирующей идеи укрупнения действия как основной структурной единицы данного процесса. При этом под технологией УДЕ мы понимаем модель совместной педагогической деятельности субъектов процесса обучения (учителя и учащихся), направленной на решение предметно-содержательных познавательных задач, которая отражает диалектическое укрупнение действий как системообразующих единиц данного процесса в их интегративной целостности.

Поясним сказанное на примере обучения учащихся методам решения геометрических задач.

В самом общем смысле «метод» (от греч. *methodos*) означает путь исследования, познания или практического осуществления чего-либо. Поэтому под методом решения математических задач логично подразумевается путь, приводящий к выполнению требования задачи, достижению ее цели, получению результата.

Сегодня основная ценность решения задачи любым методом заключается в приобретении решающим новых знаний. Но в последнее время научный взгляд на знания изменился. Как отмечают В. П. Зинченко, Г. И. Саранцев, Н. Ф. Талызина, В. С. Швырев и другие исследователи, знания, являясь образами различных предметов, явлений, вне деятельности не существуют. «Говоря о знаниях, я имею в виду не сведения, которые предлагают запомнить ученику, а знание как деятельность... как... живое знание» (Зинченко, 1997: 4). Осознание деятельностной природы знания означает реализацию деятельностного подхода в обучении, один из вариантов понимания которого предполагает выделение совокупностей действий, адекватных предметному содержанию (Саранцев, 2001). В таком контексте метод решения задач как один из компонентов предметного математического содержания есть *совокупность действий*, осуществление которых способствует выполнению требования задачи.

В методической литературе выделены действия, адекватные различным методам решения задач. Например, действия, адекватные методу координат, группируются вокруг трех основных этапов решения задачи этим методом (Саранцев, 2005: 135; Ульянова, 2006: 44):

- 1) рациональное введение системы координат, запись в координатной форме необходимых точек фигуры, построение точек по заданным координатам, вычисление расстояния между точками, заданными своими координатами, нахождение координат середин отрезка, составление уравнения фигуры (окружности, прямой, плоскости) по ее характеристическо-

му свойству, определение фигуры по ее уравнению (видение за уравнением конкретного геометрического образа) и др. (*этап перевода задачи на координатный [аналитический] язык*);

2) приведение подобных членов выражения, перенос членов равенства из одной части в другую, извлечение корней n -й степени, нахождение неизвестных компонентов разности, суммы, произведения, частного и т. д. (*этап преобразования аналитического выражения*);

3) действия, способствующие развитию умения соотносить полученный результат с искомым, указанным в требовании задачи (*этап перевода задачи с координатного языка на язык, в терминах которого сформулирована задача*).

При обучении учащихся методам решения задач каждое из соответствующих им (методам) действий должно быть объектом специального формирования, тогда как в связи с современной тенденцией к сокращению количества часов, отводимых на изучение математических дисциплин в школе, должного внимания этому на уроках математики не уделяется. Не учитывается подобное и авторами школьных учебников. В них практически нет соответствующих упражнений. Кроме того, в соответствии с традиционной методикой обучения различные методы решения математических задач, как правило, изучаются на уроках обособленно друг от друга, без учета существующих связей между ними. Все это в конечном итоге негативно сказывается на усвоении обучаемыми методов решения задач и приводит к несформированности у них на должном уровне умения решать задачи, особенно геометрические, среди которых значительно меньше задач алгоритмического типа и много больше задач эвристического, исследовательского характера.

Один из возможных способов разрешения обозначенной проблемы автору видится в *деятельностной концепции УДЕ*. Данная концепция способствует созданию единой методологической основы для формирования понятий, обучения доказательству теорем, методам решения задач и др. Реализуя в обу-

чении укрупненный подход к формированию действий, она позволяет последовательно формировать у учащихся «новые» действия при одновременном повторении, закреплении «старых», ранее сформированных. Это происходит при использовании в обучении *блоков укрупненных задач* — конструкций из нескольких задач, объединенных в единое целое на основе принципа общности деятельности по их решению. Решение каждой последующей задачи в блоке укрупняет решение какой-либо из предшествующих ей блочной задачи посредством выполнения новых действий, дополняющих ее решение. *Приемами образования таких блоков* выступают: 1) замена требования задачи каким-либо новым требованием; 2) расширение чертежа задачи; 3) обращение задач; 4) замена условия задачи каким-либо новым условием.

Для примера покажем, как решение задач, образующих блок укрупненных задач, может укрупнять действия, адекватные методу координат. Обратимся для этого к блоку задач 1.1–1.2.

1.1. *Найдите медиану AM треугольника ABC , вершины которого имеют координаты: $A(0;1)$, $B(1;-4)$, $C(5;2)$.*

1.2. *Медиана, проведенная к основанию равностороннего треугольника, равна 160 см, а основание треугольника равно 80 см. Найдите две другие медианы этого треугольника.*

При решении задачи 1.1 школьники находят координаты середины M отрезка BC по координатам его концов, затем находят длину AM как длину отрезка, координаты концов которого известны.

Для решения задачи 1.2 учащиеся первоначально вводят систему координат (с началом в середине основания треугольника или в вершине угла при нем) и указывают координаты всех вершин треугольника. Затем выполняют те же действия, что и при решении первой задачи.

Таким образом, решение второй задачи, включая в себя как часть решение первой задачи, действительно укрупняет действия, адекватные координатному методу, так как предполагает выполнение новых действий при повторном осуществлении первичных (соот-

ветствующих задаче 1.1), но в усложненных условиях.

На основе задачи 1.2, в свою очередь, можно составить новую задачу 1.3, решение которой с использованием метода координат способствует дальнейшему укрупнению адекватных ему действий.

1.3. Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 80 см. Медиана, проведенная к основанию треугольника, равна 160 см. Напишите уравнение окружности с центром в вершине A, если известно, что ее радиус равен длине медианы треугольника, проведенной к боковой стороне.

Указанный блок задач 1.1–1.3 можно продолжить и далее. Длина блока зависит от объема изученного учащимися учебного материала. Содержание блочных задач может охватывать как отдельную тему или раздел учебной программы, так и несколько разделов одновременно, реализуя указанные выше идеи укрупнения по «горизонтали» или «вертикали». Это способствует динамическому развитию методов решения задач, так как позволяет школьникам непрерывно обращаться к ним в процессе изучения различных тем курса.

В контексте названных идей укрупнения также можно сочетать различные методы решения задач между собой. Так, при укрупнении по «горизонтали» можно использовать следующие *способы*:

1. Сочетание различных методов при решении взаимно обратных задач (прямая задача в блоке решается посредством одного метода, а задача, обратная ей, — посредством какого-то другого метода).

2. Сочетание элементов разных методов при решении той или иной укрупненной задачи (часть задачи решается посредством одного метода решения, а часть — посредством другого метода).

3. Решение одной и той же задачи в блоке разными методами (как самостоятельная, задача полностью решается посредством одного метода, а как часть расширенной задачи — посредством другого метода).

Укрупнение по «вертикали» предполагает сочетание методов решения планиметриче-

ских задач и стереометрических. Для этого такие задачи включаются в один блок на основе аналогии между плоскостью и пространством или сечения пространственной фигуры какой-либо плоскостью.

Подобные способы позволяют учащимся более основательно усваивать действия, адекватные различным методам решения задач, упрочняют их навыки использования методов решения задач в разных условиях.

В целом использование на уроках геометрии блоков укрупненных задач дает множественный положительный эффект. Кроме сказанного, использование блоков позволяет учителю осуществлять дифференцированное обучение, предлагая учащимся в зависимости от их способностей сложную задачу Z (предполагающую выполнение многих действий) или блок задач Z_1 – Z_n (последовательное решение которых раскрывает решение задачи Z по частям). Также можно использовать различные *творческие упражнения с блоками укрупненных задач*, в которых, например, требуется составить пропущенную промежуточную задачу по двум исходным задачам (начальной и конечной) или восстановить специально перепутанную логическую последовательность решения задач и т. д.

Можно выделить еще более емкое упражнение на восстановление блока задач. Оно предполагает развитие темы задачи в два противоположных направления (расширения ее решения и/или его сужения), опирающихся на два противоположных вида деятельности по трансформации задачи — ее укрупнение и разукрупнение. Если укрупнение задачи — это расширение ее решения за счет добавления к нему новых действий, то разукрупнение задачи — сужение ее решения посредством выделения из нее элементарных подзадач, таких, что решения каждой последующей из них содержится как часть в решении предыдущей. Поскольку в ходе анализа решения той или иной задачи можно выявлять не только укрупняющие ее задачи, но и задачи, для которых она сама будет укрупненной. Одним из творческих упражнений указанного вида является следующее задание: «Составьте блок укрупненных задач, в котором начальной

(промежуточной, конечной) была бы задача: (текст задачи)».

Итак, резюмируя вышесказанное, отметим, что современное противоречие — между определением метода решения задач как целенаправленной совокупности действий, каждое из которых должно быть объектом специального формирования у учащихся, и тенденцией к сокращению количества часов, отводимых на изучение математических дисциплин в школе, — обуславливает актуальность деятельностной концепции УДЕ. При обучении учащихся методам решения геометрических задач в контексте данной концепции можно выделить ряд особенностей.

1. Основу обучения учащихся методам решения геометрических задач в контексте УДЕ образует идея укрупнения действий, адекватных этим методам. Она позволяет последовательно формировать у учащихся «новые» действия при одновременном повторении, закреплении «старых», ранее сформированных.

2. Основным практическим средством при реализации данной идеи являются блоки укрупненных задач — конструкции из нескольких задач, объединенных в единое целое на основе принципа общности деятельности по их решению. Решение каждой последующей задачи в блоке укрупняет решение какой-либо из предшествующих ей блочной задачи посредством выполнения новых действий, дополняющих ее решение.

3. Приемами образования блоков укрупненных задач выступают: замена требования задачи каким-либо новым требованием; расширение чертежа задачи; обращение задач; замена условия задачи каким-либо новым условием.

4. Обучать учащихся методам решения геометрических задач в контексте УДЕ можно в двух направлениях: по «горизонтали» (когда изучаемый метод содержательно развивается при систематическом освоении последующих тем) или по «вертикали» (когда укрупненную дидактическую единицу образуют элементы разных уровней).

5. При укрупнении по «горизонтали» можно использовать несколько способов сочетания различных методов: 1) сочетание разных

методов при решении взаимно обратных задач; 2) сочетание элементов разных методов при решении какой-либо одной укрупненной задачи; 3) решение одной и той же задачи в блоке разными методами.

6. Укрупнение по «вертикали» предполагает сочетание методов решения планиметрических задач и стереометрических. Для этого такие задачи включаются в один блок на основе аналогии между плоскостью и пространством или на основе сечения пространственной фигуры какой-либо плоскостью.

7. При обучении учащихся методам решения задач в контексте УДЕ можно использовать различные творческие упражнения с блоками укрупненных задач, в которых, например, требуется составить пропущенную промежуточную задачу по двум исходным задачам (начальной и конечной) или восстановить специально перепутанную логическую последовательность решения задач и т. д.

Школьная практика показывает, что учет указанных особенностей при обучении учащихся методам решения задач в контексте УДЕ позволяет осуществлять математическую подготовку учащихся на фундаментальном уровне (обеспечивая усвоение ими целостных, системных и интегрированных знаний), приобщать их к исследовательской деятельности, развивать у них навыки самоконтроля и самообразования, продуктивного распределения учебного времени и т. д. Все это эффективно способствует формированию высокоинтеллектуальной технологичной личности современного учащегося.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Зинченко, В. П. (1997) О целях и ценностях образования // Педагогика. № 5. С. 3–6.

Саранцев, Г. И. (2001) Методология методики обучения математике. Саранск : Красный Октябрь.

Саранцев, Г. И. (2005) Упражнения в обучении математике. 2-е изд. М. : Просвещение.

Ульянова, И. В. (2006) Задачи в обучении математике. История, теория, методика. Саранск : Мордовск. гос. пед. ин-т.

Послание Федеральному Собранию Российской Федерации (2009) [Электр. ресурс] // Президент России. URL : <http://www.kremlin.ru/transcripts/5979> (дата обращения: 22.01.2012).

*THE FEATURES OF TEACHING THE METHODS
FOR THE SOLVING OF GEOMETRICAL
PROBLEMS TO PUPILS IN THE CONTEXT
OF THE ENLARGEMENT OF DIDACTIC UNITS*

I. V. Ulyanova

(M. E. Evseyev Mordovian State Pedagogical Institute)

The article covers the problems of mathematical training of pupils in the context of the humanization of education. The author reveals the possibilities of the activity conception of the enlargement of didactic units for the intellectual development of pupils by the example of teaching them the methods for the solving of geometrical problems.

Keywords: methods for teaching mathematics, problem-solving methods, the enlargement of didactic units, EDU, activity conception.

BIBLIOGRAPHY (TRANSLITERATION)

Zinchenko, V. P. (1997) O tseliakh i tsennostiakh obrazovaniia // Pedagogika. № 5. S. 3–6.

Sarantsev, G. I. (2001) Metodologiya metodiki obucheniia matematike. Saransk : Krasnyi Oktiabr'.

Sarantsev, G. I. (2005) Uprazhneniia v obuchenii matematike. 2-e izd. M. : Prosveshchenie.

Ul'ianova, I. V. (2006) Zadachi v obuchenii matematike. Istoriia, teoriia, metodika. Saransk : Mordovsk. gos. ped. in-t.

Poslanie Federal'nomu Sobraniuu Rossiiskoi Federatsii (2009) [Elektr. resurs] // Prezident Rossii. URL : <http://www.kremlin.ru/transcripts/5979> (data obrashcheniia: 22.01.2012).